

8.1

On ratkaistava, kuinka 34 euron hintaa tulee muuttaa, jotta viikkomyynnin arvo olisi mahdollisimman suuri. Valitaan muuttujaksi x euron suuruisten hinnankorotusten lukumäärä. Kootaan tiedot taulukkaan.

	Kilohinta (€/kg)	Päivämyynti (kg)	Päivämyynnin arvo (€)
Alussa	34	120	$34 \cdot 120$
Muutoksen jälkeen	$34 + x$	$120 - 15x$	$(34 + x)(120 - 15x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee päivämyynnin arvon.

$$\begin{aligned} f(x) &= (34 + x)(120 - 15x) && \text{Sievennetään CAS-laskimella.} \\ &= -15x^2 - 390x + 4080 \end{aligned}$$

Kilohinnan ja päivämyynnin on oltava epänegatiivisia. Päättellään tämän perusteella funktion f määrittelyehto.

$$\begin{aligned} 34 + x &\geq 0 && \text{ja} && \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.} \\ x &\geq -34 \\ 120 - 15x &\geq 0 \\ x &\leq 8 \end{aligned}$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $-34 \leq x \leq 8$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = -15x^2 - 390x + 4080$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $-34 \leq x \leq 8$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = -13$.

Laskin antaa tulokseksi $(-13, 6615)$ tai $x = -13$.

Funktio f saa suurimman arvonsa kohdassa $x = -13$. Päivämyynnin arvo on suurin, kun kilohinta on $34 + (-13) = 21$ €/kg. Kilohintaa on tällöin alennettu 13 euroa.

Vastaus

21 €/kg

8.2

Kauppias maksaa sisäfileestä 20 €/kg. Jos hän myy sitä hintaan 34 €/kg, niin voitto yhden kilogramman myynnistä on $34 \text{ €} - 20 \text{ €} = 14 \text{ €}$. Jos kilohintaa korotetaan x euroa, myös voitto suurenee x euroa. Kootaan tiedot taulukkoon.

	Kilohinta (€/kg)	Voitto (€/kg)	Päivämyynti (kg)	Kokonaisvoitto (€)
Alussa	34	14	120	$14 \cdot 120$
Muutoksen jälkeen	$34 + x$	$14 + x$	$120 - 15x$	$(14 + x)(120 - 15x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee kokonaisvoiton arvon.

$$g(x) = (14 + x)(120 - 15x) \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

$$= -15x^2 - 90x + 1680$$

Voiton ja päivämyynnin on oltava epänegatiivisia. Päätellään tämän perusteella funktion g määrittelyehto.

$$14 + x \geq 0 \quad \text{ja} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \geq -14$$

$$120 - 15x \geq 0$$

$$x \leq 8$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio g saa suurimman arvonsa välillä $-14 \leq x \leq 8$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $g(x) = -15x^2 - 90x + 1680$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $-14 \leq x \leq 8$ kohta, jossa funktion g arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = -3$.

Laskin antaa tulokseksi $(-3, 1815)$
tai $x = -3$.

Funktio g saa suurimman arvonsa kohdassa $x = -3$. Kokonaisvoitto on suurin, kun myyntihinta on $34 + (-3) = 31$ €/kg.

Vastaus

31 €/kg

8.3

- a) Perunoiden määrä aluksi on 2000 kg. Perunoiden määrä vähenee joka päivä 8 kg. Perunoiden määrä kilogrammoina x päivän kuluttua on $2000 - 8x$.

Oikea vaihtoehto on 2.

- b) Perunoiden kilohinta on aluksi 0,40 euroa. Kilohinta nousee joka päivä 1 senttiä = 0,01 euroa. Perunoiden kilohinta euroina x päivän kuluttua on $0,40 + 0,01x$.

Oikea vaihtoehto on 3.

- c) Perunoiden myynnistä saatavan tulon ilmaisee funktio

$$\begin{aligned} f(x) &= (2000 - 8x)(0,40 + 0,01x) \\ &= -0,08x^2 + 16,8x + 800. \end{aligned}$$

Oikea vaihtoehto on 2.

- d) Perunoiden määrän, kilohinnan ja päivien määrän tulee olla epänegatiivisia, joten funktio f saa suurimman arvonsa välillä $0 \leq x \leq 250$.

Funktio f saa suurimman arvonsa kohdassa $x = 105$. Perunat kannattaa myydä 105 päivän kuluttua.

Oikea vaihtoehto on 3.

Vastaus

- a) 2
- b) 3
- c) 2
- d) 3

8.4

Merkitään kirjoitusnopeutta kirjaimella x (merkkiä minuutissa) ja virheellisten lyöntien määrää kirjaimella y (merkkiä minuutissa). Kun nopeus on 100, virhelyöntejä tulee 10.

Kirjoitusnopeuden neliö	Virheellisten lyöntien määrä
100^2	10
x^2	y

Virheellisten lyöntien määrä on suoraan verrannollinen kirjoitusnopeuden neliöön. Ratkaistaan muuttujan y lauseke.

$$\frac{100^2}{x^2} = \frac{10}{y}$$

Ratkaistaan muuttuja y CAS-laskimella.

$$y = 0,001x^2$$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee virheettömien lyöntien määrän minuutissa.

$$\begin{aligned} f(x) &= x - y \\ &= x - 0,001x^2 \end{aligned}$$

Lyöntien määrän määrän tulee olla epänegatiivinen. On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $x \geq 0$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = x - 0,001x^2$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $x \geq 0$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 500$.
Funktion f suurin arvo on
 $f(500) = 250$.

Laskin antaa tulokseksi (500, 250)
tai $x = 500$.

Kirjoittaja tekee eniten virheettömiä lyöntejä, kun kirjoitusnopeus on 500 merkkiä minuutissa. Virheettömien lyöntien määrä on tällöin 250.

Vastaus

500 merkkiä minuutissa, 250 virheetöntä lyöntiä

8.5

Yksi uusi venekunta vähentää keskimääräistä kalansaaalista 0,2 tonnia. Valitaan muuttujaksi x uusien venekuntien lukumäärä. Kootaan tiedot taulukkoon.

	Venekuntien määrä	Keskimääräinen kalansaaalis (tonnia)	Kokonaiskalansaaalis (tonnia)
Alussa	80	30	$80 \cdot 30$
Muutoksen jälkeen	$80 + x$	$30 - 0,2x$	$(80 + x)(30 - 0,2x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee kokonaiskalansaaaliin määrän.

$$f(x) = (80 + x)(30 - 0,2x) \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

$$= -0,2x^2 + 14x + 2400$$

Uusien venekuntien määrän ja keskimääräisen kalansaaaliin on oltava epänegatiivisia. Päätellään tämän perusteella funktion f määrittelyehto.

$$x \geq 0 \text{ ja } 30 - 0,2x \geq 0$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \leq 150$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $0 \leq x \leq 150$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = -0,2x^2 + 14x + 2400$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $0 \leq x \leq 150$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 35$.

Laskin antaa tulokseksi (35, 2645) tai $x = 35$.

Funktio f saa suurimman arvonsa kohdassa $x = 35$.

Uusia lupia tulee myöntää 35 kappaletta. Yhden venekunnan keskimääräinen kalansaaalis on tällöin $30 - 0,2 \cdot 35 = 23$ tonnia.

Vastaus

35 uutta lupaa, keskimääräinen saalis 23 tonnia

8.6

a) Kootaan tiedot taulukkoon.

Kilohinta (€/kg)	Päivämyynti (kg)	Päivämyynnin arvo (€)
x	$260 - 100x$	$x(260 - 100x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee päivämyynnin arvon.

$$\begin{aligned} f(x) &= x(260 - 100x) \\ &= -100x^2 + 260x \end{aligned}$$

[Sievennetään CAS-laskimella.](#)

Kilohinnan ja päivämyynnin tulee olla epänegatiivisia. Päättellään tämän perusteella funktion f määrittelyehto.

$$\begin{aligned} x \geq 0 \quad \text{ja} \quad 260 - 100x \geq 0 \\ x \leq 2,60 \end{aligned}$$

[Ratkaistaan CAS-laskimella.](#)

On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $0 \leq x \leq 2,60$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = -100x^2 + 260x$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $0 \leq x \leq 2,60$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

[Laskimen komento on Max tai fMax.](#)

Laskin antaa kohdaksi $x = 1,3$.
Funktion f suurin arvo on
 $f(1,3) = 169$.

[Laskin antaa tulokseksi \(1,3; 169\) tai \$x = 1,3\$.](#)

Päivämyynnin arvo on suurin, kun kilohinta on 1,30 €/kg. Päivämyynnin arvo on tällöin 169 €.

- b) Kauppias maksaa appelsiinikilosta 80 senttiä = 0,80 euroa. Jos hän myy appelsiineja hintaan x €/kg, niin voitto euroina yhden kilogramman myynnistä on $x - 0,80$. Kootaan tiedot taulukkoon.

Kilohinta (€/kg)	Voitto (€/kg)	Päivämyynti (kg)	Kokonaisvoitto (€)
x	$x - 0,80$	$260 - 100x$	$(x - 0,80)(260 - 100x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee kokonaisvoiton arvon.

$$g(x) = (x - 0,8)(260 - 100x) \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

$$= -100x^2 + 340x - 208$$

Voiton ja päivämyynnin on oltava epänegatiivisia. Päätellään tämän perusteella funktion g määrittelyehto.

$$x - 0,80 \geq 0 \quad \text{ja} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \geq 0,80$$

$$260 - 100x \geq 0$$

$$x \leq 2,60$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio g saa suurimman arvonsa välillä $0,80 \leq x \leq 2,60$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $g(x) = -100x^2 + 340x - 208$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $0,80 \leq x \leq 2,60$ kohta, jossa funktion g arvo on suurin. Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 1,7$. Laskin antaa tulokseksi (1,7; 81) tai $x = 1,7$.
 Funktion g suurin arvo on $g(1,7) = 81$.

Kokonaisvoitto on suurin, kun kilohinta on 1,70 €/kg. Kokonaisvoitto on tällöin 81 €.

Vastaus

a) 1,30 €/kg, 169 €

b) 1,70 €/kg, 81 €

8.7

Merkitään hintaa kirjaimella x (€) ja myynnin määrää kirjaimella y (kappaletta). Myynnin määrän y riippuvuutta hinnasta x kuvaa suora, joka kulkee pisteiden $(300, 12\ 000)$ ja $(200, 20\ 000)$ kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{12\ 000 - 20\ 000}{300 - 200} = -80$$

Suora kulkee pisteen $(300, 12\ 000)$ kautta ja sen kulmakerroin on -80 . Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 12\ 000 = -80(x - 300) \quad \begin{array}{l} y - y_0 = k(x - x_0) \\ \text{Ratkaistaan muuttuja } y \\ \text{CAS-laskimella.} \end{array}$$

$$y = -80x + 36\ 000$$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee myynnin arvon.

$$\begin{aligned} f(x) &= xy \\ &= x(-80x + 36\ 000) \\ &= -80x^2 + 36\ 000x \end{aligned}$$

Tuotteen hinnan ja myynnin määrän tulee olla epänegatiivisia. Pätellään tämän perusteella funktion f määrittelyehto.

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \quad \text{ja} && \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.} \\ -80x + 36\ 000 &\geq 0 \\ x &\leq 450 \end{aligned}$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $0 \leq x \leq 450$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = -80x^2 + 36\ 000x$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $0 \leq x \leq 450$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 225$.

Laskin antaa tulokseksi (225, 4 050 000) tai $x=225$.

Myynnin arvo on suurin hinnalla 225 €.

Kappalemääräinen myynti on tällöin $-80 \cdot 225 + 36\,000 = 18\,000$.

Myynnin arvo on tällöin $f(225) = 4\,050\,000$ (€).

Vastaus

hinta 225 €, myynti 18 000 kappaletta, myynnin arvo 4 050 000 €

8.8

On ratkaistava, kuinka 15 euron lipun hintaa tulee muuttaa, jotta lipputulot olisivat mahdollisimman suuret. Valitaan muuttujaksi x euron suuruisten hinnanmuutosten lukumäärä. Kootaan tiedot taulukkoon.

	Lipun hinta (€)	Katsojamäärä	Lipputulot (€)
Alussa	15	3000	$15 \cdot 3000$
Muutoksen jälkeen	$15 + x$	$3000 - 100x$	$(15 + x)(3000 - 100x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee lipputulojen arvon.

$$f(x) = (15 + x)(3000 - 100x) \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

$$= -100x^2 + 1500x + 45\,000$$

Lipun hinnan ja katsojamäärän on oltava epänegatiivisia. Päätellään tämän perusteella funktion f määrittelyehto.

$$15 + x \geq 0 \quad \text{ja} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \geq -15$$

$$3000 - 100x \geq 0$$

$$x \leq 30$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $-15 \leq x \leq 30$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = -100x^2 + 1500x + 45\,000$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $-15 \leq x \leq 30$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 7,5$.

Funktion f suurin arvo on

$$f(7,5) = 50\,625.$$

Laskin antaa tulokseksi $(7,5; 50\,625)$ tai $x = 7,5$.

Suurimmat lipputulot saadaan, kun lipun hinta on $15 + 7,5 = 22,5$ euroa. Lipputuloja saadaan tällöin 50 625,00 euroa.

Vastaus

hinta 22,50 €, lipputulot 50 625,00 €

8.9

On ratkaistava, kuinka 8 euron hintaa tulee muuttaa, jotta viikkomyynnin arvo olisi mahdollisimman suuri. Valitaan muuttujaksi x euron suuruisten hinnankorotusten lukumäärä. Kootaan tiedot taulukkoon.

	Hinta (€)	Viikkomyynti (kpl)	Viikkomyynnin arvo (€)
Alussa	8	110	$34 \cdot 120$
Muutoksen jälkeen	$8 + x$	$110 - 5x$	$(8 + x)(110 - 5x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee viikkomyynnin arvon.

$$f(x) = (8 + x)(110 - 5x) \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

$$= -5x^2 + 70x + 880$$

Hinnan ja viikkomyynnin on oltava epänegatiivisia. Päättellään tämän perusteella funktion f määrittelyehto.

$$8 + x \geq 0 \quad \text{ja} \quad 110 - 5x \geq 0 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \geq -8 \quad x \leq 22$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $-8 \leq x \leq 22$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = -5x^2 + 70x + 880$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $-8 \leq x \leq 22$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 7$.

Laskin antaa tulokseksi (7, 1125) tai $x = 7$.

Funktio f saa suurimman arvonsa kohdassa $x = 7$. Viikkomyynnin arvo on suurin, kun ruukun hinta on $8 + 7 = 15$ €.

Vastaus

15 €

8.10

Yhden ruukun valmistuskustannukset ovat 6 euroa. Jos valmistaja myy sen 8 eurolla, niin voitto yhden ruukun myynnistä on $8 \text{ €} - 6 \text{ €} = 2 \text{ €}$. Jos myyntihintaa korotetaan x euroa, myös voitto suurenee x euroa. Kootaan tiedot taulukkoon.

	Myynti-hinta (€)	Voitto (€)	Viikkomyynti (kpl)	Kokonaisvoitto (€)
Alussa	8	2	110	$34 \cdot 120$
Muutoksen jälkeen	$8 + x$	$2 + x$	$110 - 5x$	$(2 + x)(110 - 5x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee viikkomyynnin arvon.

$$g(x) = (2 + x)(110 - 5x) \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

$$= -5x^2 + 100x + 220$$

Voiton ja viikkomyynnin on oltava epänegatiivisia. Päätellään tämän perusteella funktion g määrittelyehto.

$$2 + x \geq 0 \quad \text{ja} \quad 110 - 5x \geq 0 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \geq -2 \quad x \leq 22$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio g saa suurimman arvonsa välillä $-2 \leq x \leq 22$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $g(x) = -5x^2 + 100x + 220$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $-2 \leq x \leq 22$ kohta, jossa funktion g arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 10$.

Laskin antaa tulokseksi (10, 720) tai $x = 7$.

Funktio g saa suurimman arvonsa kohdassa $x = 10$. Kokonaisvoitto on suurin, kun myyntihinta on $8 + 10 = 18 \text{ €}$.

Vastaus

18 €

8.11

Perunoiden paino lisääntyy vuorokaudessa 8 kg. Perunoiden kilohinta laskee vuorokaudessa 20 senttiä = 0,20 euroa. Valitaan muuttujaksi x vuorokausien lukumäärä. Kootaan tiedot taulukkoon.

	Paino (kg)	Hinta (€/kg)	Myynnin arvo (€)
Alussa	120	6,20	$120 \cdot 6,20$
Muutoksen jälkeen	$120 + 8x$	$6,20 - 0,20x$	$(120 + 8x)(6,20 - 0,20x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee myynnin arvon.

$$f(x) = (120 + 8x)(6,20 - 0,20x) \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$
$$= -1,6x^2 + 25,6x + 744$$

Vuorokausien lukumäärän, painon ja hinnan on oltava epänegatiivisia. Päättellään tämän perusteella funktion f määrittelyehto.

$$x \geq 0 \quad \text{ja} \quad 120 + 8x \geq 0 \quad \text{ja}$$
$$x \geq -15$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$6,20 - 0,20x \geq 0$$
$$x \leq 31$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $0 \leq x \leq 31$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = -1,6x^2 + 25,6x + 744$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $0 \leq x \leq 31$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 8$.

Laskin antaa tulokseksi $(8; 846,4)$
tai $x = 8$.

Funktio f saa suurimman arvonsa kohdassa $x = 8$. Matin kannattaa kaivaa perunat maasta kahdeksan päivän kuluttua.

Vastaus

kahdeksan päivän kuluttua

8.12

Merkitään valmistusnopeutta kirjaimella x (suksea tunnissa) ja virheellisten suksien määrää kirjaimella y (suksea minuutissa). Kun nopeus oli 200, virheellisiä suksia oli 30.

Valmistusnopeuden neliö	Virheellisten suksien määrä
200^2	30
x^2	y

Virheellisten suksien määrä on suoraan verrannollinen valmistusnopeuden neliöön. Ratkaistaan muuttujan y lauseke.

$$\frac{200^2}{x^2} = \frac{30}{y}$$

Ratkaistaan muuttuja y CAS-laskimella.

$$y = \frac{3}{4000}x^2$$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee virheettömien suksien määrän tunnissa

$$f(x) = x - y$$

$$= x - \frac{3}{4000}x^2$$

Suksia voidaan valmistaa 0–1000 kappaletta. On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $0 \leq x \leq 1000$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = x - \frac{3}{4000}x^2$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $0 \leq x \leq 1000$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi

$$x = \frac{2000}{3} \approx 667.$$

Funktion f suurin arvo on

$$f(667) \approx 333.$$

Laskin antaa tulokseksi

$$\left(\frac{2000}{3}, \frac{1000}{3}\right) \text{ tai } x = \frac{2000}{3}.$$

Kone tulee säätää nopeudelle 667 suksea tunnissa. Virheettömien suksien määrä on tällöin 333.

Vastaus

667 suksea tunnissa, 333 virheetöntä suksea

8.13

Valitaan muuttujaksi x etäisyys keitaalta kilometreinä. Kootaan tiedot taulukkoon.

	Veden hinta (rahaa)	Myytävä vesimäärä	Myyntituotto (€)
Alussa	20	100	$20 \cdot 100$
Muutoksen jälkeen	$20 + x$	$100 - 2 \cdot 0,1x$ $= 100 - 0,2x$	$(20 + x)(100 - 0,2x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee veden myyntituoton.

$$f(x) = (20 + x)(100 - 0,2x) \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

$$= -0,2x^2 + 96x + 2000$$

Veden hinnan ja vesimäärän on oltava epänegatiivisia. Päättellään tämän perusteella funktion f määrittelyehto.

$$20 + x \geq 0 \quad \text{ja} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \geq -20$$

$$100 - 0,2x \geq 0$$

$$x \leq 500$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $-20 \leq x \leq 500$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = -0,2x^2 + 96x + 2000$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $-15 \leq x \leq 30$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 240$.
Funktion f suurin arvo on
 $f(240) = 13\,520$.

Laskin antaa tulokseksi
(240, 13 520) tai $x = 240$.

Vesi kannattaa myydä 240 kilometrin päässä keitaalta.

Kauppiaan tulot ovat tällöin 13 520 rahaa.

Vastaus

240 km:n päässä, 13 520 rahaa

8.6

a) Kootaan tiedot taulukkoon.

Myynnin arvo (€)	Kustannukset (€)	Myyntivoitto (€)
$4x$	$400 + x + 0,002x^2$	$4x - (400 + x + 0,002x^2)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee myyntivoiton arvon.

$$f(x) = 4x - (400 + x + 0,002x^2) \quad \text{Sievennetään CAS-laskimella.}$$

$$= -0,002x^2 + 3x - 400$$

On määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $x \geq 0$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = -0,002x^2 + 3x - 400$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $x \geq 0$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 750$.

Laskin antaa tulokseksi (750; 725) tai $x = 750$.

Vuorokaudessa tulee valmistaa 750 pussia.

Vastaus

750 pussia

8.15

Merkitään hintaa kirjaimella x (€/kg) ja myynnin määrää kirjaimella y (kg). Myynnin määrän y riippuvuutta hinnasta x kuvaa suora, joka kulkee pisteiden $(3, 2000)$ ja $(5, 1000)$ kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{1000 - 2000}{5 - 3} = -500$$

Suora kulkee pisteen $(3, 2000)$ kautta ja sen kulmakerroin on -500 . Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 2000 = -500(x - 3) \qquad y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja y
CAS-laskimella.

$$y = -500x + 3500$$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee myynnin arvon.

$$\begin{aligned} f(x) &= xy \\ &= x(-500x + 3500) \\ &= -500x^2 + 3500x \end{aligned}$$

Hinnan ja myynnin määrän tulee olla epänegatiivisia. Pätellään tämän perusteella funktion f määrittelyehto.

$$x \geq 0 \quad \text{ja} \quad -500x + 3500 \geq 0 \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x \leq 70$$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio f saa suurimman arvonsa välillä $0 \leq x \leq 70$.

Määritellään CAS-laskimeen funktio $f(x) = -500x^2 + 3500x$.

Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $0 \leq x \leq 70$ kohta, jossa funktion f arvo on suurin.

Laskimen komento on Max tai fMax.

Laskin antaa kohdaksi $x = 3,5$.

Laskin antaa tulokseksi $(3,5; 6125)$ tai $x = 3,5$.

Myyntin arvo on suurin, kun hinta on $3,5$ €/kg. Kauppias tarjoaa myyntiin $-500 \cdot 3,5 + 3500 = 1750$ kilogrammaa mustikoita.

Vastaus

1750 kg

8.16

1. Jos tuotteen hinta on 55 €, hinta on laskenut 5 euroa. Myyntimäärä on noussut $5 \cdot 10 = 50$ kappaletta, eli myynti määrä on 1050 kappaletta. Myyntitulot ovat $55 \text{ €} \cdot 1050 = 57\,750 \text{ €}$.

2. Kootaan tiedot taulukkoon

	Tuotteen hinta (€)	Myyntimäärä (kpl)	Myyntitulo (€)
Alussa	60	1000	$60 \cdot 1000$
Muutoksen jälkeen	$60 + x$	$1000 - 10x$	$(60 + x)(1000 - 10x)$

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee myyntitulojen arvon.

$$\begin{aligned} f(x) &= (60 + x)(1000 - 10x) && \text{Sievennetään CAS-laskimella.} \\ &= -10x^2 + 400x + 60\,000 \end{aligned}$$

Lasketaan funktion f derivaatta.

$$f'(x) = -20x + 400$$

3. Funktion $f(x) = -10x^2 + 400x + 60\,000$ kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli. Funktion suurin arvo on kuvaaja paraabelin huipun y -koordinaatti. Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion

$$f'(x) = -20x + 400 \text{ nollakohta.}$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{aligned} -20x + 400 &= 0 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

Suurimmat mahdolliset myyntitulot saadaan, kun tuotteen hintaa nostetaan 20 euroa. Tuotteen hinta on tällöin $60 \text{ €} + 20 \text{ €} = 80 \text{ €}$.

Huomaa, että kohdan 3 voi ratkaista myös aiemmissa tehtävissä käytetyllä tavalla.

Vastaus

1. 57 750 €

2. $f(x) = (60 + x)(1000 - 10x)$
 $= -10x^2 + 400x + 60\,000$

$$f'(x) = -20x + 400$$

3. 80 €